

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORETIS**

#### **2.1 Kajian Teori**

##### **2.1.1 *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)***

Lintasan belajar merupakan tahapan-tahapan yang dilalui siswa selama proses pembelajaran untuk menguasai tujuan pembelajaran yang direncanakan (Prahmana, 2012). Pada proses tersebut, guru harus memprediksi atau membayangkan aktivitas atau jawaban apa saja yang akan muncul dari siswa serta mempersiapkan antisipasi dari aktivitas atau jawaban tersebut dengan tetap memperhatikan tujuan pembelajaran. Proses memprediksi jawaban siswa dan mempersiapkan antisipasi yang akan dilakukan oleh guru tersebut menurut Wijaya (dalam Prahmana, 2018) dinamakan *Hypothetical Learning Trajectory (HLT)*.

HLT merupakan sebuah konsep yang dikemukakan oleh Simon (dalam Akdeniz & Argun, 2021). Sebagai seorang konstruktivis, Simon menggunakan konsep HLT ini untuk menggambarkan prediksi guru mengenai lintasan yang akan dilalui dalam proses pembelajaran. HLT menurut Simon (1995) terdiri dari tiga komponen penyusun, yaitu tujuan pembelajaran yang menentukan arah pembelajaran, serangkaian aktivitas pembelajaran untuk mencapai tujuan yang dimaksud, dan hipotesis atau dugaan proses belajar siswa.

Sementara itu Clements & Sarama (2013) menjelaskan konsep HLT sebagai gambaran tentang proses berfikir dan belajar siswa dalam materi matematika tertentu dan dugaan lintasan siswa melalui seperangkat tugas instruksional yang dirancang untuk menimbulkan proses mental atau tindakan yang sesuai dengan hipotesis guru agar siswa memperoleh kemajuan perkembangan tingkat berpikir, hingga pada akhirnya siswa dapat mencapai tujuan pembelajaran pada materi tersebut. Clements & Sarama (2013) juga menyebutkan HLT mencakup tiga aspek yaitu tujuan pembelajaran, kemajuan perkembangan berpikir dan belajar, dan urutan tugas instruksional.

Gravemeijer dalam (dalam Prahmana, 2018) menyatakan bahwa HLT terdiri dari tiga komponen utama yaitu (1) tujuan pembelajaran matematika; (2)

aktivitas pembelajaran dan perangkat/media yang digunakan dalam proses pembelajaran; (3) konjektur proses pembelajaran bagaimana mengetahui pemahaman dan strategi siswa yang muncul dan berkembang ketika aktivitas pembelajaran dilakukan di kelas. Menurut Aljupri (dalam Prahmana, 2018) pada tahap *preliminary design*, HLT berfungsi sebagai pedoman materi pengajaran yang akan dikembangkan. Selanjutnya pada tahap ujicoba HLT berfungsi sebagai pedoman bagi tenaga pendidik dan peneliti dalam aktivitas pengajaran, wawancara, dan observasi. Selanjutnya (Bakker Arthur, 2004) menyatakan bahwa HLT merupakan hubungan antara sebuah teori pembelajaran (*instuction theory*) dan ujicoba pengajaran (*teaching experiment*) yang sebenarnya. Dari hubungan tersebut terdapat konjektur yang dapat direvisi dan dikembangkan kembali untuk aktivitas pembelajaran berikutnya berdasarkan *retrospective analysis* setelah *teaching experiment* dilakukan.

Produk akhir dari HLT yang telah dirancang, diimplementasikan dan dianalisis hasil pembelajarannya disebut *Local Instruction Theory* (LIT) (Prahmana, 2018). Disebut *local theory* (teori lokal) dikarenakan teori tersebut hanya membahas pada ranah yang spesifik yaitu topik yang spesifik pada pembelajaran tertentu. Dimana dalam penelitian ini topik spesifik yang dibahas adalah mengenai kaidah pencacahan.

### **2.1.2 Learning Obstacle**

Salah satu tugas guru pada proses pembelajaran adalah membantu siswanya dalam belajar dengan harapan bahwa siswa dapat belajar dengan sebaik mungkin. Namun pada kenyataannya, secara alamiah mungkin saja siswa mengalami hambatan yang terjadi pada saat proses pembelajaran. Hambatan tersebut dikenal dengan *learning obstacle*. Mengutip pendapat Bachelard dan Piaget dalam buku yang ditulis oleh Brousseau (2002) bahwa pengertian *obstacle* adalah:

“... *Errors are not only the effect of ignorance, of uncertainty, of chance, as espoused by empirist or behaviorist learning theoris, but the effect of a previous piece of knowledge which was interesting and succesfull, but which now is revealed as false or simply un adapted. Errors of this type are not erratic and unexpected,*

*they constitute obstacles. As much in teacher's functioning as in that of the student, the error is a component of the meaning of acquired piece of knowledge. "*

Berdasarkan pernyataan tersebut, bisa diartikan bahwa kesalahan atau hambatan adalah hasil dari pengetahuan yang diperoleh sebagian-sebagian dan tidak sesuai dengan fakta yang ada.

Brousseau (dalam Rosita *et al.* 2020) membagi *learning obstacle* menjadi tiga jenis yakni *ontogenical learning obstacle*, *didactical learning obstacle* dan *epistemological learning obstacle*. *Ontogenical learning obstacle* adalah kesulitan belajar terjadi disebabkan aspek psikologis, dimana siswa mengalami kesulitan belajar karena faktor kesiapan mental, dalam hal ini cara berfikir siswa yang belum masuk karena faktor usia. *Didactical learning obstacle* adalah kesulitan belajar yang terjadi karena kekeliruan penyajian, dalam hal ini bahan ajar yang digunakan siswa dalam belajar dapat menimbulkan miskonsepsi. *Epistemological learning obstacle* adalah kesulitan belajar siswa karena pemahaman siswa tentang sebuah konsep yang tidak lengkap, hanya dilihat dari asal-usulnya saja sehingga menyebabkan putusnya proses kepemilikan pengetahuan secara utuh.

Sementara itu dalam Suryadi (2017) disebutkan terdapat tiga jenis kesulitan yang dialami oleh siswa yakni :

- (1) Kesulitan atau hambatan karena ketidakcocokan antara kemampuan berpikir siswa dengan tuntutan pemikiran yang terkandung dalam materi pengajaran. Semakin tinggi suatu tuntutan yang harus dikuasai siswa akan menyebabkan siswa sulit untuk mencapai tujuan dari pembelajaran yang dikajinya. Namun jika semakin rendah tuntutan yang harus dikuasai siswa, maka siswa akan mengalami hambatan belajar dibawah kapasitas berpikir mereka.
- (2) Kesulitan yang disebabkan oleh keterbatasan konteks dalam memahami konsep. Jika siswa disajikan beberapa konteks masalah yang berbeda dengan yang mereka pelajari, maka mereka akan kesulitan dalam memahami dan menyelesaikan masalah tersebut.
- (3) Ketiga, kesulitan yang disebabkan oleh kesalahan atau kekurangan terkait desain didaktis. Kesulitan seperti ini akan berakibat fatal bagi siswa, karena selain membangun persepsi yang salah dari konsep belajar yang dibuat, siswa

juga akan mengalami kesulitan memahami konsep lain berdasarkan konsep yang telah mereka pelajari sebelumnya.

### **2.1.3 *Realistic Mathematics Education (RME)***

Realistic Mathematics Education (RME) merupakan sebuah teori pembelajaran khusus untuk matematika yang dikembangkan di Belanda. Teori ini, berasal dari Freudenthal (1991) yang berpendapat bahwa pengajaran matematika harus selalu realistis; terhubung dengan situasi nyata, memiliki koneksi dalam kehidupan sehari-hari siswa dan relevan dengan masyarakat luas agar bernilai kemanusiaan. Kata realistis melampaui masalah matematika yang berasal dari konteks dunia nyata siswa. Termasuk juga masalah matematika yang dihadapi dalam pembelajaran matematika selama masih relevan. Treffers (dalam Makonye, 2014) menyatakan bahwa *Realistic Mathematics Education (RME)* merupakan teori belajar mengajar yang memandang matematika sebagai aktivitas manusia yang terhubung dengan kenyataan.

Pendekatan RME sebenarnya menggabungkan pandangan tentang apa itu matematika, bagaimana siswa belajar matematika dan bagaimana matematika harus diajarkan (Johar, Zubainur, Khairunnisak, *et al.*, 2021). Siswa bukanlah makhluk pasif yang hanya menerima sesuatu yang sudah jadi melainkan makhluk yang berkembang yang mampu berinteraksi dengan dunia luar, sehingga pendidikan harus mengarahkan siswa kepada penggunaan berbagai situasi dan kesempatan untuk menemukan kembali matematika dengan cara mereka sendiri berdasarkan bimbingan dari guru (Freudenthal, 1983).

Karakteristik dari pendekatan realistik adalah situasi “realistik” yang diberikan dalam proses pembelajaran. Situasi ini berfungsi sebagai sumber untuk memulai pengembangan konsep, alat dan prosedur matematika, serta sebagai konteks dimana siswa dapat menerapkan pengetahuan matematika mereka pada tahap selanjutnya yang secara bertahap menjadi lebih formal dan lebih umum (Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Situasi “realistik” yang dimaksud dalam pendekatan RME mengandung makna: (1) konteks nyata yang ada dalam kehidupan sehari-hari, (2) konteks matematis formal dalam dunia matematika, (3)

konteks hayalan yang tak terdapat dalam kenyataan tetapi dapat dibayangkan. Ketiga makna ini dipandang sebagai arti dari istilah “realistic” asalkan konteks-konteks tersebut dapat dibayangkan di dalam pikiran siswa yang sedang belajar matematika (Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Tiga prinsip utama RME menurut Gravemeijer (dalam Sumirattana, Makanong, & Thipkong, 2017) dapat digambarkan sebagai berikut.

1. Penemuan terbimbing

Siswa harus diberi kesempatan untuk mengalami proses yang serupa dengan proses di mana matematika ditemukan. Sejarah matematika bisa dijadikan sumber inspirasi. Selama proses pembelajaran, siswa harus memiliki kesempatan untuk membangun pengetahuan matematika mereka sendiri. Guru harus memilih masalah kontekstual yang memungkinkan berbagai macam prosedur solusi dan sebaiknya prosedur solusi tersebut dengan sendirinya dapat mencerminkan rute pembelajaran yang akan dilalui.

2. Fenomenologi didaktis

Fenomenologi didaktis mengandung arti bahwa dalam mempelajari konsep-konsep, prinsip-prinsip, materi-materi lain dalam matematika, para siswa perlu betolak dari masalah-masalah (fenomena-fenomena) kontekstual, yaitu masalah-masalah yang berasal dari dunia nyata, atau setidaknya dari masalah-masalah yang dapat dibayangkan sebagai masalah-masalah nyata

3. Model yang dikembangkan sendiri

Artinya bahwa dalam mempelajari konsep-konsep dan materi-materi matematika yang lain, dengan melalui masalah-masalah yang kontekstual, siswa perlu mengembangkan sendiri model-model atau cara-cara menyelesaikan masalah tersebut. Model-model tersebut dimaksudkan sebagai wahana untuk mengembangkan proses berpikir siswa, dari proses yang paling dikenal oleh siswa, yang mungkin masih bersifat intuitif, ke arah berpikir yang lebih formal. Hal ini memungkinkan untuk menggunakan model ini sebagai model untuk penalaran matematis.

Gravemeijer (dalam Tandililing, 2010) menyatakan bahwa tiga prinsip utama RME secara lebih operasional dijabarkan dalam bentuk lima karakteristik RME. Lima karakteristik RME tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Penggunaan konteks.  
Proses pembelajaran diawali dengan masalah kontekstual yang dikenal siswa dalam dunia nyata.
- b. Penggunaan model  
Ide matematika dikonstruksi oleh siswa melalui model-model instrumen vertikal, yang menekankan penyelesaian secara informal sebelum menggunakan penyelesaian secara formal atau menggunakan rumus.
- c. Keterkaitan materi  
Pemecahan masalah tidak dibatasi pada sebuah materi matematika tertentu, tetapi terintegrasi dengan berbagai materi terkait
- d. Penggunaan metode interaktif  
Proses belajar bersifat interaktif, antara guru dan siswa dalam hal bimbingan, serta antar siswa dalam hal negosiasi pemikiran.
- e. Kontribusi siswa  
Siswa aktif mengkonstruksi sendiri bahan matematika strategi pemecahan masalah dengan fasilitasi dari guru, yakni melalui proses reinvensi terbimbing.

Sementara itu Heuvel-Panhuizen & Drijvers (2014) mengemukakan terdapat enam prinsip pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan RME. Keenam prinsip pembelajaran dengan pendekatan RME itu meliputi:

(1) Prinsip aktivitas (*activity principle*)

Melalui prinsip aktivitas siswa diperlakukan sebagai partisipan aktif dalam proses pembelajaran matematika. Artinya, matematika dipelajari dengan cara melibatkan siswa secara langsung melalui pemecahan permasalahan matematika (*doing mathematics*)

(2) Prinsip realitas (*reality principle*)

Melalui prinsip realitas pembelajaran matematika dimulai dengan situasi realistik yang bermakna bagi siswa, dan bukan dimulai dari definisi atau teori, kemudian contoh dan latihan soal. Melalui prinsip ini siswa membangun konsep

matematika dari situasi permasalahan yang bermakna. Prinsip ini pun bermakna bahwa pengetahuan matematika yang dipelajari siswa diharapkan dapat diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan hidup sehari-hari.

(3) Prinsip tingkatan (*level principle*).

Prinsip tingkatan bermakna bahwa dalam proses belajar matematika siswa melewati tingkatan-tingkatan pemahaman matematis: dari pemahaman yang bersifat informal, semi-formal, hingga tahapan formal. Dalam hal ini model matematis diperlukan untuk menjembatani antara matematika yang bersifat informal dan matematika yang formal.

(4) Prinsip keterkaitan (*intertwinement principle*)

Menurut prinsip keterkaitan topik-topik matematika, seperti bilangan, aljabar, dan geometri tidak dipandang sebagai topik-topik terpisah, melainkan sebagai topik-topik yang saling terkait dan terintegrasi. Melalui prinsip ini, siswa difasilitasi oleh permasalahan matematis yang kaya dan mengkaitkan antar topik-topik matematika tersebut.

(5) Prinsip interaktivitas (*interactivity principle*)

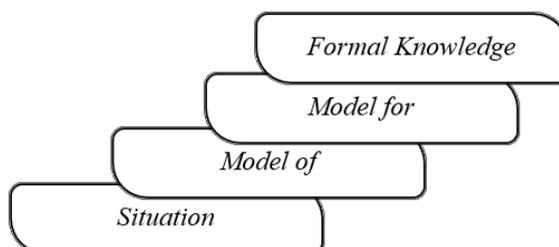
Prinsip interaktivitas memandang bahwa belajar matematika itu bukanlah aktivitas individu semata, melainkan aktivitas sosial yang melibatkan individu-individu lain. Melalui prinsip ini dalam proses pembelajaran siswa diharapkan aktif berdiskusi, mengemukakan gagasan baik dalam aktivitas kelas ataupun aktivitas berkelompok, sehingga terjadi interaksi antar siswa serta antara siswa dan guru.

(6) Prinsip pembimbingan (*guidance principle*).

Dalam prinsip pembimbingan guru dituntut berperan aktif membimbing siswa dalam proses pembelajaran, sehingga para siswa dapat melewati tahap-tahap pemahaman matematis dari yang bersifat informal hingga yang formal.

Berdasarkan uraian di atas dapat dikatakan bahwa prinsip realitas, prinsip tingkatan, dan prinsip keterkaitan tercermin secara dominan pada bahan ajar yang digunakan dalam proses pembelajaran. Sedangkan prinsip aktivitas, prinsip interaktivitas, dan prinsip pembimbingan secara dominan tercermin dalam proses implementasi pembelajaran dengan menerapkan pendekatan RME.

Gravemeijer (dalam Johar *et al.*, 2021) mengemukakan bahwa level aktivitas pada RME terdiri dari empat level yaitu *situations*, *model of*, *model for*, dan *formal mathematics*. Hal ini dapat dilihat pada gambar berikut.



**Gambar 2.1.** Level Aktivitas pada RME

Berdasarkan gambar 1, level pertama yaitu *situation* berhubungan dengan aktivitas matematika yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari atau masalah yang bisa dibayangkan oleh siswa dan menantang untuk diselesaikan oleh siswa dengan cara sendiri. Selanjutnya pada level kedua yaitu *model of*, kepada siswa disajikan masalah dalam bentuk soal cerita atau gambar, siswa memodelkan permasalahan (*model of situation*) dengan bantuan model-model atau skema. Pada level ketiga yaitu *model for* siswa menyelesaikan masalah dengan membangun pola tertentu yang pada akhirnya mengarah pada level yang keempat yaitu *formal knowledge*. Pada level ini siswa menemukan model matematika formal yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.

Menurut Hartono (2007) lima karakteristik utama RME sebagai pedoman dalam merancang pembelajaran matematika itu adalah sebagai berikut:

1. Pembelajaran harus dimulai dari masalah kontekstual yang diambil dari dunia nyata. Masalah yang digunakan sebagai titik awal pembelajaran harus nyata bagi siswa agar mereka dapat langsung terlibat dalam situasi yang sesuai dengan pengalaman mereka.
2. Dunia abstrak dan nyata harus dijembatani oleh model. Model harus sesuai dengan tingkat abstraksi yang harus dipelajari siswa. Di sini model dapat berupa keadaan atau situasi nyata dalam kehidupan siswa, seperti cerita-cerita lokal atau bangunan-bangunan yang ada di tempat tinggal siswa. Model dapat pula berupa alat peraga yang dibuat dari bahan-bahan yang juga ada di sekitar siswa.

3. Siswa dapat menggunakan strategi, bahasa, atau simbol mereka sendiri dalam proses mematematikakan dunia mereka. Artinya, siswa memiliki kebebasan untuk mengekspresikan hasil kerja mereka dalam menyelesaikan masalah nyata yang diberikan oleh guru.
4. Proses pembelajaran harus interaktif. Interaksi baik antara guru dan siswa maupun antara siswa dengan siswa merupakan elemen yang penting dalam pembelajaran matematika. Di sini siswa dapat berdiskusi dan bekerjasama dengan siswa lain, bertanya dan menanggapi pertanyaan, serta mengevaluasi pekerjaan mereka.
5. Hubungan di antara bagian-bagian dalam matematika, dengan disiplin ilmu lain, dan dengan masalah dari dunia nyata diperlukan sebagai satu kesatuan yang saling kait mengait dalam penyelesaian masalah.

Adapun langkah-langkah pembelajaran RME menurut Suharta dan Putu (dalam Amir & Nora, 2021) dinyatakan dalam tabel berikut.

**Tabel 2.1. Langkah-langkah Pembelajaran RME**

No	Aktivitas Guru	Aktivitas Siswa
1	Guru memberikan masalah kontekstual	Siswa mendengarkan masalah yang disampaikan oleh guru dan bertanya
2	Guru memberikan petunjuk dari masalah yang belum dipahami dan mengerjakannya berdasarkan pengalaman siswa	Siswa mendeskripsikan masalah, melakukan interpretasi, dan menyelesaikan masalah berdasarkan pengetahuan awal yang dimiliki
3	Guru membentuk kelompok kecil dalam kelas	Siswa bekerja sama untuk mendiskusikan penyelesaian masalah
4	Guru mengamati dan memberikan bantuan seperlunya	Setelah berdiskusi, jawaban siswa dikonfrontasikan
5	Guru mengenalkan istilah konsep	Siswa merumuskan bentuk Matematika formal

- 
- |   |  |  |
|---|--|--|
| 6 | Mengarahkan siswa menarik kesimpulan dan rumusan dari topik yang telah dipelajari pada pembelajaran yang telah dilakukan | Menyimpulkan apa yang telah dipelajari |
|---|--|--|
- 

#### **2.1.4 Kemampuan Penalaran Matematis**

Penalaran menurut Piraksa, Srisawasdi, & Koul (2014) adalah proses menarik kesimpulan dari prinsip dan bukti hingga kesimpulan baru. Sedangkan penalaran menurut Lithner (dalam Konita, Asikin, & Asih, 2019) adalah pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan dalam penyelesaian suatu masalah yang belum tentu berdasarkan pada logika formal, sehingga tidak terbatas pada bukti, dan bahkan mungkin salah selama ada alasan yang logis (bagi yang bernalar) yang mendukungnya. Sementara itu menurut Rosita (2014), penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar dan berdasarkan pada pernyataan yang kebenarannya sudah dibuktikan atau sudah diasumsikan sebelumnya.

Terdapat dua jenis penalaran menurut Aufmann, Nation, & Lockwood (2008) yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Jenis penalaran yang membentuk kesimpulan berdasarkan pemeriksaan contoh-contoh spesifik disebut penalaran induktif. Dengan kata lain penalaran induktif adalah proses mencapai kesimpulan umum dengan memeriksa contoh-contoh khusus. Kesimpulan yang dibentuk dengan menggunakan penalaran induktif sering disebut dengan konjektur, karena mungkin benar atau mungkin tidak benar.

Dalam matematika, penalaran matematis adalah proses berpikir matematika dalam memperoleh kesimpulan matematis berdasarkan fakta atau data, konsep dan metode yang tersedia atau relevan (Hendriana, Rohaeti, & Sumarmo, 2017). Sementara itu Gardner (dalam Konita, asikin, & Asih, 2019) mengungkapkan bahwa penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, mensintesis/ mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah yang tidak rutin. Definisi berbeda diungkapkan oleh Bjuland (dalam

Rosita, 2014) yang mendefinisikan penalaran matematis berdasarkan pada model pemecahan masalah Polya. Menurutnya, penalaran merupakan lima proses yang saling terkait dari aktivitas berpikir matematik yang dikategorikan sebagai berikut.

a) *Sense-making*

*Sense-making* berkaitan erat dengan kemampuan membangun skema permasalahan dan merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki. Ketika memahami situasi matematik kemudian mencoba dikomunikasikan ke dalam simbol atau bahasa matematik maka pada saat itu juga terjadi proses sense-making melalui proses adaptasi dan pengaitan informasi yang baru diperoleh dengan pengetahuan sebelumnya sehingga membentuk suatu informasi baru yang saling berhubungan dalam struktur pengetahuannya. Proses pemaknaan akan tepat tergantung pada *prior experience* dan kualitas *prior knowledge* (*conceptual framework*) siswa.

b) *Conjecturing*

*Conjecturing* berarti aktivitas memprediksi suatu kesimpulan, dan teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap dan produk dari proses conjecturing adalah strategi penyelesaian. Berargumentasi, dan berkomunikasi matematis merupakan proses kognitif yang memungkinkan mahasiswa untuk dapat melakukan proses ini

c) *Convincing*

*Convincing* berarti melakukan atau mengimplementasikan strategi penyelesaian yang didasarkan pada kedua proses sebelumnya

d) *Reflecting*

*Reflecting* berupa aktivitas mengevaluasi kembali ketiga proses yang sudah dilakukan dengan melihat kembali keterkaitannya dengan teori-teori yang dianggap relevan

e) *Generalising*

Kesimpulan akhir yang diperoleh dari keseluruhan proses kemudian diidentifikasi dan digeneralisasi dalam suatu proses yang disebut generalising.

Sumarmo (dalam Riwayati & Destania, 2019) dan (dalam Konita, Asikin, & Asih, 2019) menyatakan bahwa indikator penalaran matematis meliputi :

- (a) Menarik kesimpulan logis
- (b) Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan
- (c) Memperkirakan jawaban dan proses solusi
- (d) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematis
- (e) Menyusun dan mengkaji konjektur
- (f) Merumuskan lawan contoh (counter example)
- (g) Mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argument
- (h) Menyusun argument yang valid
- (i) Menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan menggunakan induksi matematis.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Napitupulu, Suryadi, & Kusumah (2016), terdapat empat indikator kemampuan penalaran matematis yaitu :

- a) Buat kesimpulan logis
- b) Berikan penjelasan tentang model, fakta, properti, hubungan, atau pola yang ada
- c) Buatlah dugaan dan bukti
- d) Penggunaan pola hubungan untuk menganalisa situasi, membuat analogi, atau menggeneralisasikan.

Romadhina (dalam Hendriana, Rohaeti, & Sumarmo, 2017) yang merujuk pada Pedoman Teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004, merinci indikator kemampuan penalaran matematis sebagai berikut :

- a) Mengajukan dugaan
- b) Melakukan manipulasi matematika
- c) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi
- d) Menarik kesimpulan dari pernyataan
- e) Memeriksa kesahihan suatu argumen
- f) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi

Berdasarkan uraian di atas maka indikator dari penalaran matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah (1) merumuskan lawan contoh (*counter example*), (2) memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat, dan

hubungan, (3) mengajukan dugaan berdasarkan alasan yang logis, dan (4) memperkirakan jawaban dan proses solusi. Penentuan indikator penalaran matematis didasarkan pada materi yang dipilih dan indikator pencapaian kompetensi pada materi tersebut.

### **2.1.5 Kaidah Pencacahan**

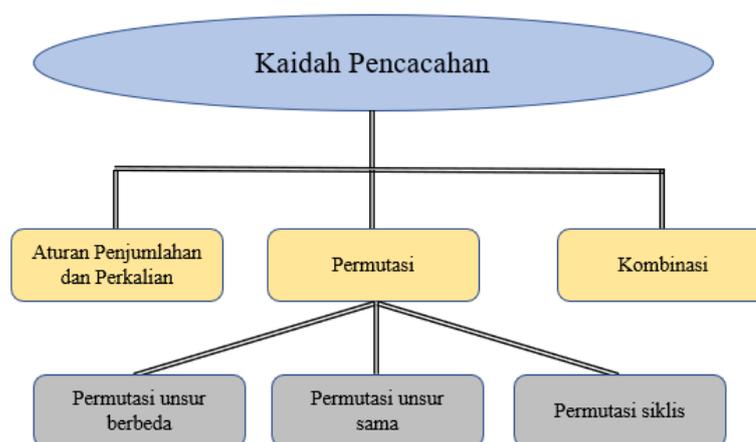
Kaidah pencacahan merupakan aturan untuk menghitung banyaknya susunan obyek-obyek tanpa harus merinci semua kemungkinan susunannya. Sejarah kaidah pencacahan berawal dari seorang penjudi bernama Chevalier de Mere yang menemukan sistem perjudian di tahun 1654. Pada awalnya Chevalier de Mere selalu kalah saat bermain judi kemudian Chevalier memohon pada temannya untuk menganalisis bagaimana sistem perjudian bekerja. Blaise Pascal (1623 – 1662) teman dari Chevalier, menemukan bahwa cara bermain judi Chevalier mempunyai peluang 51% kalah. Blaise Pascal pun mendalami peluang karena dia sendiri juga tertarik. Dari sinilah Pascal mulai serius mempelajari peluang, dia kemudian berdiskusi dengan temannya Pierre de Fermat (1601 – 1665) seorang matematikawan terkenal. Blaise Pascal dan Pierre de Fermat berdiskusi dengan 7 buah surat sampai membentuk asal kejadian dan konsep peluang yang terjadi selama 5 bulan ( Juni – Oktober) tahun 1654.

Pembelajaran matematika di sekolah diarahkan pada pencapaian standar kompetensi dasar oleh siswa dimana untuk mencapai standar kompetensi tersebut diperlukan alat dan sarana yang berupa materi matematika. Oleh karena itu ruang lingkup mata pelajaran matematika di sekolah disesuaikan dengan kompetensi yang harus dicapai oleh siswa (Ernawati *et al.*, 2021). Permendikbud nomor 37 tahun 2018 menyebutkan bahwa kompetensi dasar dan indikator pembelajaran materi kaidah pencacahan terdapat pada mata pelajaran Matematika Wajib kelas XII yang menjadi acuan dalam pengembangan perangkat pembelajaran pada penelitian ini disajikan dalam tabel berikut.

**Tabel 2.2. Kompetensi Dasar dan Indikator Pembelajaran Materi Kaidah Pencacahan**

Kompetensi Dasar	Indikator
3.3 Menganalisis aturan pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi) melalui masalah kontekstual	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengidentifikasi fakta pada aturan pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi) melalui masalah kontekstual</li> <li>• Menganalisis aturan pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi) melalui masalah kontekstual</li> </ul>
4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan kaidah pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan kaidah pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi)</li> <li>• Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan kaidah pencacahan (aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi)</li> </ul>

Materi kaidah pencacahan terdiri dari aturan penjumlahan, aturan perkalian, permutasi dan kombinasi. Pembagian materi tersebut dijelaskan dalam peta konsep berikut.



**Gambar 2.2.** Peta Konsep Materi Kaidah Pencacahan

a) Aturan penjumlahan

Diketahui kejadian pertama dapat terjadi dalam  $n_1$  cara, kejadian kedua dapat terjadi dalam  $n_2$  cara, kejadian ketiga dapat terjadi dengan  $n_3$  cara, dan

seterusnya, jika salah satu dari kedua kejadian tersebut harus terjadi maka banyak kemungkinan hasil kejadian adalah  $n_1 + n_2 + n_3 + \dots$  cara

b) Aturan perkalian

Secara khusus aturan perkalian berbunyi sebagai berikut.

“Diketahui kejadian pertama dapat terjadi dalam  $n_1$  cara, kejadian kedua dapat terjadi dalam  $n_2$  cara, kejadian ketiga dapat terjadi dengan  $n_3$  cara, dan seterusnya, jika kedua kejadian tersebut harus terjadi maka banyak kemungkinan hasil kejadian adalah  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots$  cara.”

c) Permutasi

Permutasi dapat diartikan sebagai aturan pencacahan/penyusunan dengan memperhatikan urutan objek.

- Permutasi unsur yang berbeda, merupakan permutasi  $r$  objek dari  $n$  objek dengan  $r \leq n$  dan tidak ada unsur yang sama, dirumuskan sebagai berikut.

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- Permutasi unsur yang sama, merupakan permutasi dengan beberapa unsur yang sama. Banyaknya susunan dapat ditentukan dengan rumus berikut.

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \dots n_k!}$$

Dimana  $n_1, n_2, n_3$  dan  $n_k$  adalah banyaknya masing-masing unsur yang sama.

- Permutasi siklis, merupakan permutasi dengan susunan melingkar. Banyaknya susunan dapat ditentukan dengan rumus berikut

$$P_n = (n-1)!$$

d) Kombinasi.

Kombinasi merupakan suatu aturan pencacahan/penyusunan tanpa memperhatikan urutan objek. Kombinasi  $r$  objek dari  $n$  objek dengan  $r \leq n$  dirumuskan sebagai berikut.

$$C_r^n = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

## 2.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Penelitian yang relevan dengan penelitian yang dilakukan oleh peneliti adalah penelitian yang dilakukan oleh Novita dan Putra (2017). Penelitian ini telah menghasilkan suatu desain pembelajaran dalam bentuk lintasan belajar (*learning trajectory*) pada pembelajaran konsep nilai tempat bilangan menggunakan pendekatan matematika realistik berbatukan video animasi. Desain ini dapat digunakan untuk mengajarkan konsep nilai tempat, karena dalam desain yang dikembangkan ini telah tersedia sebuah *learning trajectory* beserta bahan dan media yang digunakan telah tersedia.

Penelitian juga dilakukan oleh Yuliardi dan Rosjanuardi (2021) yang menghasilkan HLT sangat penting bagi guru untuk menyusun lintasan belajar sebagai acuan dalam merancang pembelajaran yang dapat mengoptimalkan keterampilan spasial. Gagasan yang diajukan adalah pentingnya tahap persiapan seorang guru dalam menyiapkan bahan ajar yang sesuai untuk meningkatkan konsepsi spasial siswa. Penelitian lain yaitu penelitian yang dilakukan oleh Risdiyanti dan Prahmana (2020). Dalam penelitian ini dirancang lintasan pembelajaran pada materi pola bilangan dengan menggunakan cerita perang Barathayudha dan Uno Stacko sebagai titik tolak atau konteks dalam proses pembelajaran dengan pendekatan *Indonesian Realistic Mathematics Education* (IRME). Hasil dari penelitian ini adalah desain lintasan belajar pembelajaran pola bilangan menggunakan Barathayudhacerita perang dan Uno Stacko. Desain terdiri dari empat kegiatan, yang merupakan detektif dari perang Barathayudha; dibangun kembali benteng Abimayu di medan perang Kurusetra; temukan kode nomor rahasia unik dari benteng Abimayu ; dan membangun benteng lain menggunakan pola bilangan. Hasilnya menunjukkan cerita perang Barathayudha dan Uno Stacko dapat merangsang siswa untuk memahami pengetahuan mereka tentang konsep bilangan pola yang merupakan tahapan dalam lintasan belajar siswa memiliki peran penting dalam memahami konsep.

Sedangkan penelitian mengenai desain didaktis yang berkaitan dengan kemampuan penalaran diantaranya adalah penelitian oleh Oktopiani (2017) mengenai desain didaktis pada materi barisan dan deret aritmetika untuk

mengembangkan penalaran matematis siswa. Dalam penelitian ini didesain situasi pembelajaran berbasis aktivitas penalaran dengan mempertimbangkan *learning obstacle*, *learning trajectory*, dan respons siswa yang diramu dalam suatu desain didaktis. Hasil penelitian mengungkapkan bahwa implementasi desain didaktis hipotetis dapat meminimalkan *learning obstacle* yang dialami oleh siswa. Selain itu, kemampuan penalaran matematis siswa pada setiap situasi pembelajaran yang diberikan berkembang dengan baik, yang ditandai dengan siswa mampu membuat generalisasi pada setiap akhir desain didaktis.

Penelitian lain adalah penelitian yang dilakukan oleh Nuryati (2020). Penelitian ini berkaitan dengan desain didaktis materi penyajian data menggunakan model inkuiri terbimbing untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis. Tujuan penelitian ini guna mengidentifikasi hambatan belajar, merancang desain didaktis tiga pertemuan yang mengacu pada hambatan belajar yang dialami siswa, indikator kemampuan penalaran matematis dan tahapan model inkuiri terbimbing serta merancang antisipasi didaktis pedagogis (ADP) Penelitian ini menghasilkan desain didaktis materi penyajian data yang disusun berdasarkan tahapan inkuiri terbimbing untuk mengatasi hambatan belajar dan meningkatkan kemampuan penalaran matematis.

Penelitian juga dilakukan oleh Amalina (2020) mengenai desain didaktis kemampuan penalaran matematis pada materi dimensi tiga. Untuk mengatasi hambatan epistemologis siswa pada konsep dimensi tiga diperlukan rancangan pembelajaran yang dikembangkan berdasarkan analisis kesulitan belajar siswa, repersonalisasi, dan rekonstekstualisasi sehingga menghasilkan desain didaktis hipotesis yang terdiri dari *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang memuat berbagai aktivitas siswa berupa situasi didaktis dan penugasan serta prediksi respon berikut dengan antisipasinya serta menghasilkan Lembar Kerja Siswa (LKS). Hasil penelitian menunjukkan bahwa desain didaktis yang diberikan dapat mengatasi kesulitan siswa, hal tersebut dapat terlihat dari efektifnya antisipasi yang diberikan untuk mengatasi kesulitan-kesulitan siswa saat pembelajaran.

Selain penelitian yang telah disebutkan diatas yaitu Novita dan Putra (2017), Yuliardi & Rosjanuardi (2021), Risdiyanti & Prahmana (2020), Oktopiani

(2017), Nuryati (2020) dan penelitian Amalina (2020), masih banyak penelitian lain yang berkaitan dengan HLT dan *kemampuan* penalaran, tetapi belum ada penelitian mengenai bagaimana implementasi HLT pada materi kaidah pencacahan yang berbasis RME terhadap kemampuan penalaran matematis siswa.

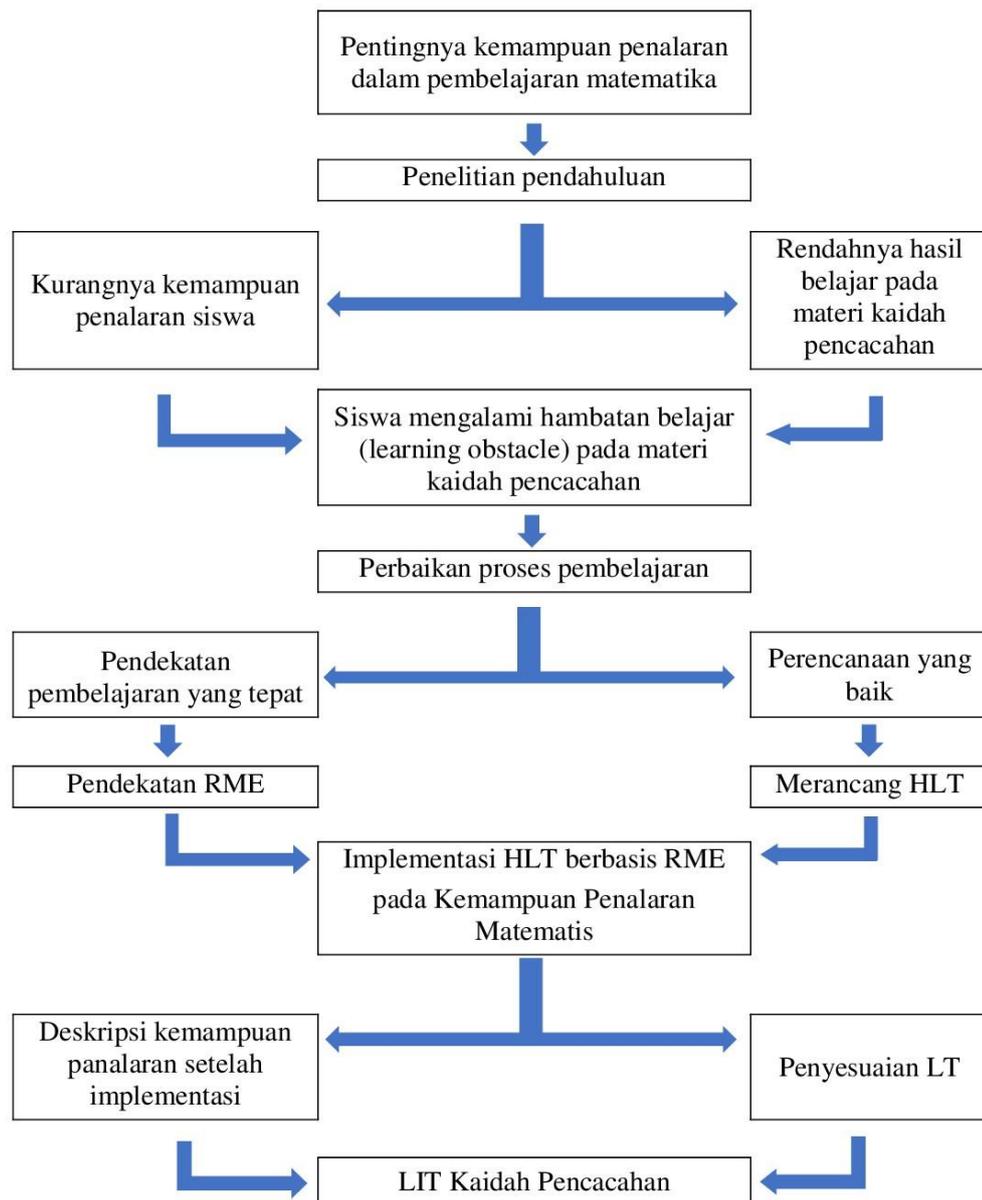
### 2.3 Kerangka Berpikir

Pembelajaran matematika di sekolah memiliki tujuan membantu siswa dalam mengembangkan kemampuan penalarannya (Danişman & Erginer, 2017). Dari hal tersebut pembelajaran matematika harus bisa mengembangkan kemampuan penalaran matematis siswa. Berdasarkan studi pendahuluan diperoleh kurangnya kemampuan penalaran siswa dan rendahnya hasil belajar pada materi kaidah pencacahan. Hal tersebut dikarenakan siswa mengalami hambatan belajar pada materi kaidah pencacahan. Oleh karena itu dibutuhkan suatu pendekatan yang dapat mempermudah dalam meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa. Pendekatan yang diharapkan mampu mengembangkan kemampuan penalaran matematis siswa adalah pendekatan *Realistic Mathematics Education* (RME).

Selain menentukan pendekatan pembelajaran yang tepat untuk digunakan dalam proses pembelajaran, guru juga perlu merancang pembelajaran berupa desain pembelajaran yang sesuai agar dapat tercapai tujuan pembelajaran secara maksimal. Desain pembelajaran yang dirancang tidak hanya memuat tahapan-tahapan pembelajaran secara umum tetapi perlu adanya dugaan respon siswa dan rencana antisipasi guru. Desain pembelajaran seperti inilah yang disebut dengan Hipotesis Lintasan Belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*). Hal ini sesuai dengan Simon, (1995) yang menyatakan bahwa *Hyphothetical Learning Trajectory* (HLT) terdiri dari tiga komponen yaitu tujuan pembelajaran, bentuk kegiatan belajar, dan perkiraan respon siswa terhadap kegiatan pembelajaran tersebut.

Dengan adanya pendekatan pembelajaran yang tepat serta perencanaan pembelajaran menggunakan *Hyphothetical Learning Trajectory* (HLT), diharapkan siswa mampu memahami konsep sesuai tahapan berpikirnya, aktivitas belajar siswa akan lebih lancar, pembelajaran akan mudah diingat siswa. Selain itu diharapkan pula guru dapat meminimalisir kesulitan-kesulitan yang mungkin muncul dalam

pembelajaran dikarenakan guru terlebih dahulu membuat dugaan mengenai respon siswa dan rencana antisipasi guru dengan berbagai alternatif strategi sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai. Selanjutnya dapat dilihat dalam bagan berikut ini.



**Gambar 2.3** Kerangka Berpikir

#### **2.4 Fokus Penelitian**

Fokus pada penelitian ini yaitu implementasi *Hipothetical Learning Trajectory* (HLT) berbasis RME pada proses pembelajaran sehingga sehingga dapat diketahui bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa setelah implementasi tersebut. Sedemikian sehingga hasil dari penerapan *Hipothetical Learning Trajectory* (HLT) ini kemudian akan menjadi sebuah *Local Instruction Theory* (LIT) yang kemudian dapat diimplementasikan pada proses pembelajaran.