

BAB 2

LANDASAN TEORETIS

1.1 Kajian Teori

2.1.1 Kemampuan Spasial

Kemampuan spasial sangat berkaitan dengan membayangkan suatu bentuk pada sudut pandang tertentu. Seperti yang dikemukakan oleh Sumarni & Prayitno (2016) bahwa kemampuan spasial yaitu kemampuan mengubah objek geometri dalam pikiran dari sudut pandang tertentu dan menduga secara akurat dari sederet objek geometri. Sependapat dengan Maier (1996) bahwa kemampuan spasial merupakan visualisasi suatu objek dari berbagai sudut pandang dan sisi yang berbeda. Sejalan dengan pendapat Armstrong (2009) bahwa kemampuan spasial adalah kemampuan memahami dunia visual secara akurat (misalnya sebagai pemburu, pramuka atau pemandu) dan melakukan perubahan-perubahan pada persepsi tersebut (misalnya sebagai dekorator interior, arsitek, seniman, atau penemu). Sesuai juga dengan pendapat Yaumi (dalam Wijaya, 2016) bahwa kemampuan spasial merupakan kemampuan dalam menginterpretasikan dimensi ruang dan memahami gambar serta bentuk. Sejalan dengan yang dipaparkan oleh Gardner (1993) bahwa kemampuan spasial adalah suatu kemampuan untuk menangkap ataupun membayangkan dunia ruang secara akurat, serta mampu melakukan perubahan melalui penglihatan dan menciptakan bayangan dari suatu bentuk benda. Jadi, kemampuan spasial merupakan kemampuan dalam membayangkan atau memvisualkan secara akurat suatu bentuk secara pikiran maupun penglihatan dari sudut pandang tertentu.

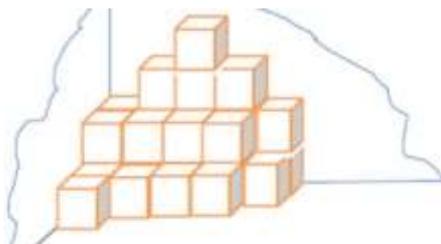
Karakteristik kemampuan spasial yang dikemukakan oleh Hass (2003) adalah pengimajinasian (*imaging*), pengkonsepan (*conceptualizing*), pemecahan masalah (*problem solving*), dan pencarian pola (*pattern seeking*). Karakteristik kemampuan spasial menurut Hass (2003) dapat diuraikan sebagai berikut (1) Pengimajinasian (*Imaging*) yaitu peserta didik yang memiliki kemampuan spasial lebih banyak melihat daripada mendengar. Terlihat dalam presentasi bahwa peserta didik lebih suka menyajikan informasi dengan gambar. Kegiatan seperti menatap langit-langit, atau kegiatan diluar, atau mencorat-coret dibuku catatan akan membantu mereka dalam proses pembelajaran. (2) Pengkonsepan (*Conceptualizing*) yaitu peserta didik yang

memiliki kemampuan spasial dapat memahami konsep lebih baik dari yang lainnya. Para peserta didik itu mengumpulkan dan mengkonstruksi kerangka kerja konseptual untuk memperlihatkan hubungan antara fakta-fakta dan persoalan pokoknya. Karakteristik peserta didik dalam pengonsepan biasanya terlihat ketika menyelesaikan suatu permasalahan terkait keruangan, mereka menggunakan konsep sebagai acuan dalam menyelesaikan masalahnya (3) Pemecahan masalah (*Problem Solving*) yaitu peserta didik dengan kemampuan spasial memiliki pemikiran yang divergen/menyebarkan, lebih memilih solusi yang tidak umum dan strategi yang bermacam-macam untuk menyelesaikan suatu masalah. Karakteristik dalam pemecahan masalah ini terlihat ketika peserta didik dapat menyelesaikan permasalahan dengan lebih mementingkan proses dengan macam-macam strategi atau cara daripada langsung ke hasil. (4) Pencarian pola (*Pattern-Seeking*) yaitu peserta didik dengan kemampuan spasial tidak hanya unggul dalam mencari pola-pola dalam menentukan jumlah, namun mereka juga mampu menemukan pola dalam menyelesaikan suatu permasalahan yang berkaitan dengan masalah keruangan. Jadi, kemampuan spasial ini yakni terdiri dari pengimajinasian yaitu menyelesaikan masalah dengan imajinasi yang dimiliki, pengonsepan yaitu menyelesaikan suatu permasalahan dengan mengacu pada suatu konsep, pemecahan masalah yaitu menyelesaikan permasalahan dengan berbagai macam strategi atau cara dengan lebih mementingkan proses dibanding hasil, dan pencarian pola yaitu menemukan pola dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Berikut beberapa contoh soal dari karakteristik kemampuan spasial yakni:

Contoh Soal 1 Pengimajinasian (*Imaging*)

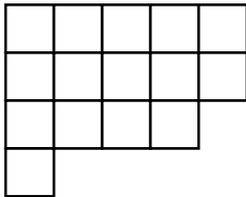
Contoh soal pada karakteristik kemampuan spasial pengimajinasi (*imaging*) dimodifikasi dari soal PISA 2015 yaitu sebagai berikut :

Pada suatu gudang terdapat dus sisa hasil pendistribusian pada akhir bulan maret tampak dan tertata seperti gambar berikut ini

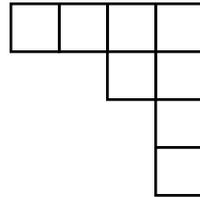


Jika tumpukan barang tersebut di pandang dari atas, depan, dan samping. Coba gambarkan bentuk pemikiran hasil pandangan anda terhadap tumpukan kardus tersebut kemudian carilah luas bangun yang nampak setelah digambar jika panjang rusuk yang digambar 2 cm!

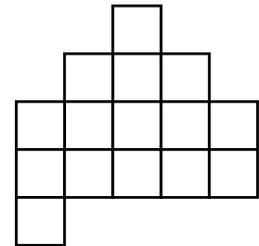
Penyelesaian



Tampak Atas



Tampak Samping



Tampak Depan

$$\text{Luas bangun tampak atas} = 15 \times (2 \times 2) = 15 \times 4 = 60 \text{ cm}^2$$

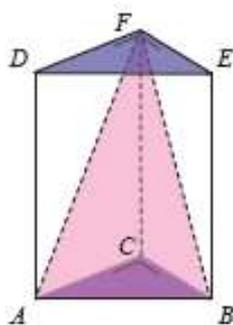
$$\text{Luas bangun tampak samping} = 8 \times (2 \times 2) = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Luas bangun tampak depan} = 19 \times (2 \times 2) = 19 \times 4 = 76 \text{ cm}^2$$

Contoh Soal 2 Pengkonsepan (*Conceptualizing*)

Contoh soal dari karakteristik Pengkonsepan (*Conceptualizing*) dimodifikasi dari As'ari, Tohir, Valentino, Imron & Taufiq (2017) yaitu sebagai berikut:

Perhatikan gambar prisma berikut ini!



Prisma tersebut berbentuk segitiga siku-siku dengan panjang $BC = 3\text{cm}$ dan panjang $AC = 4\text{cm}$. Jika luas permukaan prisma 108 cm^2 . Tentukan tinggi prisma tersebut, dan kemudian carilah volume prisma tersebut! Bagaimana cara kalian mencari luas bidang ABF? Jelaskan!

Penyelesaian

$$\text{luas permukaan prisma} = (2 \times \text{Luas alas}) + \text{Luas}_{\text{ABED}} + \text{Luas}_{\text{CBEF}} + \text{Luas}_{\text{ACFD}}$$

$$\text{luas alas} = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{(3 \times 4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Luas}_{\text{ABED}} = AB \times t = 5 \times t = 5t$$

$$\text{Luas}_{\text{CBEF}} = BC \times t = 3 \times t = 3t$$

$$\text{Luas}_{\text{ACFD}} = AC \times t = 4 \times t = 4t$$

$$\text{luas permukaan prisma} = 2 \times \text{Luas alas} + \text{Luas}_{\text{ABED}} + \text{Luas}_{\text{CBEF}} + \text{Luas}_{\text{ACFD}}$$

$$108 = (2 \times 6) + 5t + 3t + 4t$$

$$108 = 12 + 12t$$

$$96 = 12t$$

$$t = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Volume prisma} = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$\text{Volume prisma} = 6 \times 8$$

$$\text{Volume prisma} = 48 \text{ cm}^3$$

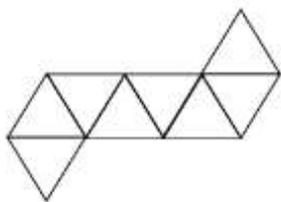
Salah satu cara untuk mencari luas bidang ABF yaitu terlebih dahulu mencari panjang FA dan FB, kemudian mencari luas segitiga ABF dengan formula heron yang pernah dipelajari di kelas VII:

$$\text{luas } \Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

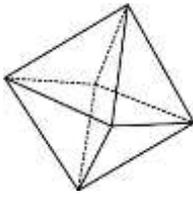
Contoh Soal 3 Pemecahan masalah (*Problem solving*)

Contoh soal karakteristik pemecahan masalah (*Problem Solving*) dimodifikasi dari soal OSN SMP tahun 2006 yaitu sebagai berikut :

Apabila delapan segitiga sama sisi yang sisinya 12 cm disusun seperti pada gambar dibawah ini, diperoleh suatu jaring-jaring oktahedron. Tentukan volume dan luas permukaan dari oktahedron tersebut!



Penyelesaian



$$\text{Tinggi segitiga sisi tegak} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{Tinggi limas} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 6^2} = \sqrt{108 - 36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{Volume} = 2 \times \text{volume limas}$$

$$\text{volume} = 2 \times \left(\frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi} \right)$$

$$\text{volume} = 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 6\sqrt{2} \right)$$

$$\text{volume} = 2 \times (288\sqrt{2})$$

$$\text{volume} = 576\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

$$\text{Luas permukaan} = 8 \times \text{luas segitiga sisi tegak}$$

$$\text{Luas Permukaan} = 8 \times \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2}$$

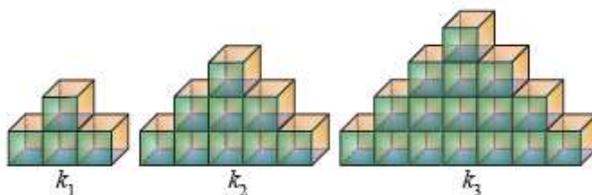
$$\text{Luas Permukaan} = 8 \times \frac{12 \times 6\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Luas Permukaan} = 288\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Contoh Soal 4 Pencarian Pola (*Pattern-Seeking*)

Contoh soal karakteristik pencarian pola (*Pattern-Seeking*) diambil dan dimodifikasi dari As'ari et al.(2017) yaitu sebagai berikut :

Perhatikan susunan kubus berikut ini!



Banyaknya susunan kubus pada k_1, k_2, k_3 dan seterusnya semakin bertambah dengan pola susunan seperti pola gambar diatas. Carilah volume pada susunan kubus pada pola k_{10} , jika panjang rusuknya 3 cm!

Penyelesaian

Banyaknya susunan kubus pada k_1 adalah 4

Banyaknya susunan kubus pada k_2 adalah 9

Banyaknya susunan kubus pada k_3 adalah 16

Perhatikan pola berikut ini!

$$k_1 \Rightarrow 4 \text{ kubus} : 2 \times 2 = 2^2 = (1 + 1)^2 \text{ kubus}$$

$$k_2 \Rightarrow 9 \text{ kubus} : 3 \times 3 = 3^2 = (2 + 1)^2 \text{ kubus}$$

$$k_3 \Rightarrow 16 \text{ kubus} : 4 \times 4 = 4^2 = (3 + 1)^2 \text{ kubus}$$

Maka

$$k_4 \Rightarrow 25 \text{ kubus} : 5 \times 5 = 5^2 = (4 + 1)^2 \text{ kubus}$$

...

$$\text{Sehingga } k_n \Rightarrow \dots \text{ kubus} : \dots \times \dots = \dots^2 = (n + 1)^2 \text{ kubus}$$

Dengan demikian kita sudah mempunyai bentuk umumnya yaitu $k_n = (n + 1)^2$ kubus

$$\text{Untuk } k_{10} \text{ adalah } k_{10} = (10 + 1)^2 = 11^2 = 121$$

$$\text{Maka volume pada susunan kubus} = 121 \times (3 \times 3) = 121 \times 9 = 1089 \text{ cm}^3$$

6.1.2 Keterkaitan antara Kemampuan Spasial dengan Materi Geometri

Kemampuan spasial dengan materi geometri memiliki keterkaitan seperti yang dikemukakan oleh Guay & McDaniel (1977) menyatakan bahwa kemampuan spasial mempunyai hubungan positif dengan matematika pada materi geometri khususnya bangun ruang sisi datar yang dipelajari anak usia sekolah, baik pada kemampuan spasial taraf tinggi maupun taraf rendah. Didukung oleh Mardiah et al.(2017) bahwa adanya hubungan yang positif dan signifikan antara kemampuan spasial terhadap hasil belajar matematika pada materi geometri termasuk juga pada bangun ruang sisi datar. Sejalan dengan pendapat Smith (1992) bahwa terdapat hubungan positif antara kemampuan spasial taraf tinggi dengan konsep matematika khususnya geometri yang termasuk juga pada bangun ruang sisi datar. Hubungan positif yang dimaksud berarti bahwa dengan kemampuan spasial dapat mempengaruhi penguasaan materi atau konsep geometri pada bangun ruang sisi datar yang dapat dilihat dari hasil belajar peserta didik untuk mengetahui sejauh mana peserta didik dapat memahami konsep yang telah diajarkan dan dapat dilihat dari kesalahan peserta didik dalam penyelesaian soal. Berarti kemampuan spasial juga memiliki keterkaitan dengan kesalahan dalam menyelesaikan soal pada materi geometri seperti yang dikemukakan oleh (Romadhoni et.al, 2017) yang menyatakan bahwa peserta didik yang memiliki kemampuan spasial tinggi dapat

dikatakan melakukan kesalahan lebih sedikit dibanding peserta didik yang mempunyai kemampuan spasial rendah begitupun sebaliknya.

6.1.3 Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal

Kesalahan dalam menyelesaikan soal sering terjadi dan sering dilakukan oleh peserta didik. Laeli (2017) mengemukakan bahwa “kesalahan menyelesaikan soal adalah penyimpangan yang dilakukan peserta didik dalam menyelesaikan soal dari hal yang dianggap benar atau penyimpangan dari prosedur yang telah ditetapkan”(p.6). Kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika dikemukakan oleh Soedjadi (dalam Laeli, 2017, p.7) bahwa “kesalahan jika dihubungkan dengan objek dasar matematika maka kesalahan yang dimaksud yaitu kesalahan fakta, kesalahan konsep, kesalahan prinsip dan kesalahan operasi”. Namun, secara umum Learner (dalam Widyantari, 2016) mengungkapkan bahwa kesalahan umum yang sering dilakukan oleh peserta didik dalam mengerjakan soal-soal matematika yaitu kurangnya pengetahuan mengenai simbol-simbol, kurangnya pemahaman terhadap nilai tempat, penggunaan proses atau prosedur yang keliru, kesalahan dalam perhitungan, dan tulisan yang tidak dapat dibaca sehingga peserta didik melakukan kekeliruan karena tidak mampu lagi membaca tulisannya sendiri. Jadi, kesalahan merupakan suatu penyimpangan yang telah ditetapkan dari suatu hal yang dianggap benar atau prosedur yang telah ditetapkan dan jika kesalahan tersebut dalam matematika maka kesalahan tersebut berupa kesalahan fakta, kesalahan konsep, kesalahan prinsip bahkan kesalahan operasi dalam perhitungan.

Kesalahan juga dapat disebabkan oleh beberapa penyebab, baik disengaja ataupun tidak sengaja. Seperti halnya yang dikemukakan oleh Nana Sudjana (dalam Ayarsha, 2016, p.10) kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal-soal matematika dapat diidentifikasi menjadi beberapa aspek yaitu sebagai berikut :

- (1) Aspek bahasa merupakan kesulitan dan kekeliruan peserta didik dalam menafsirkan kata-kata atau simbol-simbol dan bahasa yang digunakan dalam matematika
- (2) Aspek imajinasi merupakan kesulitan dan kekeliruan peserta didik dalam imajinasi (spasial) dalam dimensi-dimensi tiga yang berakibat salah dalam mengerjakan soal-soal matematika
- (3) Aspek prasyarat merupakan kesalahan dan kekeliruan peserta didik dalam mengerjakan soal matematika

karena bahan pelajaran yang sedang dipelajari siswa belum dikuasai (4) Aspek tanggapan merupakan kekeliruan dalam penafsiran atau tanggapan peserta didik terhadap konsepsi, rumus-rumus, dan dalil-dalil matematika dalam mengerjakan soal matematika (5) Aspek terapan merupakan kekeliruan peserta didik dalam menerapkan rumus-rumus dan dalil-dalil matematika dalam mengerjakan soal matematika.

Selain itu, salah satu penyebab terjadinya kesalahan dalam penyelesaian soal juga tergantung kesulitan yang dialami peserta didik dalam menyelesaikan soal. Seperti yang dikemukakan oleh Rakhmawati & Sulistyarningsih (2017) mengemukakan bahwa banyak sedikitnya kesalahan yang dilakukan dalam menyelesaikan soal matematika tergantung kesulitan yang dialami peserta didik itu sendiri.

6.1.4 Jenis Kesalahan menurut Watson

Jenis kesalahan banyak dikemukakan oleh para ahli, namun dalam penelitian ini menggunakan jenis kesalahan yang dikemukakan oleh Watson. Watson (2006) menyatakan bahwa kesalahan terdiri dari: data tidak tepat (*inappropriate data*) yaitu salah menentukan data, prosedur tidak tepat (*inamppropriate procedure*) yaitu salah menggunakan rumus atau salah menggunakan cara, data hilang (*omitted data*) yaitu tidak menggunakan cara sampai tuntas atau ada langkah yang terlewatkan, kesimpulan hilang (*omitted conclusion*) yaitu kesimpulan tidak tepat atau tidak menuliskan kesimpulan, konflik level respon (*response level conflict*) yaitu menggunakan dua cara namun hasilnya berbeda, manipulasi tidak langsung (*undirected manipulation*) yaitu tidak menggunakan cara dan langsung menuliskan jawabannya, masalah hirarki keterampilan (*skill hierarchy problem*) yaitu salah dalam melakukan perhitungan dan selain ketujuh kategori diatas (*above other*). Selain itu peneliti lain menggunakan simbol tertentu, supaya memudahkan dalam penelitian lain seperti Watson (dalam Sanwidi, 2016) bahwa kesalahan dalam mengerjakan soal matematika terdiri dari: (1) Data tidak tepat (*inappropriate data/id*) (2) Prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure/ip*) (3) Data hilang (*omitted data/od*) (4) Kesimpulan hilang (*omitted conclusion/oc*) (5) Konflik level respon (*response level conflict/rlc*) (6) Manipulasi tidak langsung (*undirected manipulation/um*) (7) Masalah hirarki keterampilan (*skill hierarchy problem/shp*) (8) Selain ketujuh kategori diatas (*above other/ao*). Sejalan juga dengan yang dikemukakan

oleh Watson (dalam Huljannah, Sugita & Anggraini, 2015) menyatakan bahwa kesalahan terdiri dari (1) data tidak tepat (dtt) (2) prosedur tidak tepat (ptt) (3) data hilang (dh) (4) kesimpulan hilang (kh) (5) konflik level respon (klr) (6) manipulasi tidak langsung (mtl) (7) masalah hirarki keterampilan (mhk) (8) kategori lainnya (kl)

Selain itu, kesalahan menurut Watson (dalam Febrian & Nurhikmah, 2016) yaitu (1) Masalah hierarki keterampilan (K1) yaitu terdapat kesalahan siswa dalam perhitungan (2) Prosedur tidak tepat (K2) yaitu terdapat kesalahan siswa tidak sesuai dengan rumus atau aturan yang berlaku pada matematika (3) Manipulasi tidak langsung (K3) yaitu kesalahan siswa dalam penyelesaiannya menggunakan cara yang tidak logis (4) Data tidak tepat (K4) yaitu kesalahan siswa dalam memasukan data atau soal tes (5) Data hilang (K5) yaitu kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal dimana proses penyelesaian tidak tuntas ataupun tidak ada namun hasil akhirnya ada (6) Kesimpulan hilang (K6) yaitu kesalahan dalam menyelesaikan soal dimana hasil akhir jawaban tersebut tidak ditulis (7) Konflik level respon (K7) yaitu kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal dengan menggunakan dua cara namun hasil akhirnya berbeda (8) Selain ketujuh kategori diatas (K8) yaitu kesalahan selain dari ketujuh diatas.

Berdasarkan kajian teori yang telah dipaparkan, maka dibuat tabel indikator jenis kesalahan supaya dapat mempermudah dalam menganalisisnya seperti berikut:

Tabel 2.1 Indikator Jenis Kesalahan

Jenis Kesalahan	Indikator Kesalahan
<i>Innapropriate data</i> atau data tidak tepat.	Salah memasukan data dari soal.
<i>Innapropriate procedure</i> atau prosedur tidak tepat.	Menggunakan rumus yang tidak tepat atau cara pengerjaan yang tidak tepat.
<i>Omitted data</i> atau data hilang.	Menggunakan cara yang tidak tuntas ataupun tidak ada tapi hasilnya ada.
<i>Omitted conclusion</i> atau kesimpulan hilang.	Kesimpulan tidak tepat ataupun Kesimpulan tidak ada.
<i>Response level conflict</i> atau konflik level respon yang berbeda.	Menggunakan dua cara namun hasilnya berbeda.
<i>Undirected manipulation</i> atau manipulasi tidak langsung.	Langsung menuliskan hasilnya tanpa cara pengerjaanya.

<i>Skill hierarchy problem</i> atau masalah hierarki keterampilan.	keliru dalam perhitungan.
<i>Above other</i> atau selain ketujuh kategori diatas.	Selain ketujuh kategori di atas.

Sumber : Watson (2006)

6.1.5 Materi Geometri

Menurut Sulistyarini (2016) bahwa matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang wajib ditempuh bagi setiap siswa sejak dibangku sekolah dasar hingga tingkat sekolah menengah. Matematika wajib dipelajari di sekolah karena terdapat dalam kurikulum sekolah, salah satu materi yang wajib dipelajari dalam mata pelajaran matematika yaitu geometri. Menurut Alders (dalam Mustofa,2015) bahwa geometri adalah salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang titik, garis, bidang dan benda-benda ruang beserta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya, dan hubungannya antara yang satu dengan yang lain. Sesuai dengan yang dikemukakan oleh Usiskin (dalam Abdussakir, 2009) bahwa “geometri adalah (1) Cabang matematika yang mempelajari pola-pola visual (2) Cabang matematika yang menghubungkan matematika dengan dunia fisik atau dunia nyata (3) Suatu cara penyajian fenomena yang tidak tampak atau tidak bersifat fisik dan (4) Suatu contoh sistem matematika”(para.2). Secara umum geometri bangun ruang digolongkan menjadi dua macam, yaitu geometri bangun ruang sisi datar (bangun datar) dan geometri ruang sisi lengkung. Dalam penelitian ini materi yang akan disajikan adalah pada bangun ruang sisi datar.

(1) Pengertian Bangun Ruang Sisi Datar

Bangun ruang sisi datar adalah bangun ruang yang sisinya berbentuk datar (tidak lengkung). Salah satu contoh bangun ruang sisi datar yaitu dinding gedung. Bangun ruang sisi datar harus berbentuk datar pada setiap sisinya, jika salah satu berbentuk lengkung, maka tidak bisa dikatakan sebagai bangun ruang sisi datar.

(2) Bagian-Bagian Bangun Ruang sisi datar

Adapun beberapa penjelasan tentang bagian-bagian dari bangun ruang sisi datar yaitu terdiri dari :

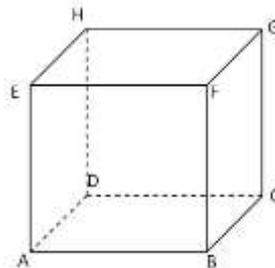
- (a) Bidang sisi yaitu bangun ruang yang membatasi wilayah antara ruang satu dengan ruang lainnya.

- (b) Rusuk yaitu pertemuan dua sisi pada bangun datar yang tampak sebagai ruas garis.
 - (c) Titik sudut yaitu titik hasil pertemuan dua rusuk atau lebih pada sebuah bangun ruang.
 - (d) Diagonal sisi yaitu garis yang merupakan diagonal dari sebuah bidang diagonal.
 - (e) Bidang diagonal yaitu bidang datar yang terbentuk dari diagonal sisi dan rusuk.
- (3) Macam-Macam Bangun Ruang Sisi Datar

Bangun ruang sisi datar terdiri dari berbagai macam seperti kubus, balok, prisma dan limas. Untuk contoh dari macam-macam bangun sisi datar ini diambil dari As'ari et.al(2017). Adapun beberapa penjelasan dan contoh soal dari macam-macam bangun ruang sisi datar yaitu sebagai berikut :

(a) Kubus

Bangun ruang kubus disebut juga dengan persegi atau bujur sangkar. Ciri dari bangun ruang kubus ini terdiri dari 6 buah sisi, 12 buah rusuk, dan 8 buah titik sudut. Beberapa orang juga sering menyebutnya sebagai prisma segiempat dengan tinggi sama dengan sisi alas Tiga bagian utama dalam bangun ruang kubus adalah sisi, rusuk, dan titik sudut. Selain itu masih ada yang disebut dengan diagonal bidang dan diagonal ruang.



Gambar 2.1 Kubus

Kubus ABCD.EFGH dibatasi oleh bidang ABCD, ABFE, BCGF, CDHG, ADHE, dan EFGH. Bidang-bidang tersebut disebut sisi-sisi kubus ABCD.EFGH. Selanjutnya, AB , BC , CD , AD , EF , FG , GH , EH , AE , BF , CG , dan DH disebut rusuk-rusuk kubus. Jumlah bagian-bagian kubus terdiri dari 8 buah titik sudut, 6 buah sisi yang sama (luasnya sama), 12 buah rusuk yang seluruhnya sama panjangnya, 12 buah diagonal bidang, 4 buah ruang diagonal, 6 buah bidang diagonal.

Rumus-rumus Kubus

- ✓ $V = s \times s \times s = s^3$
- ✓ Luas Permukaan = $s \times s \times 6 = 6 \times s^2$
- ✓ Panjang Diagonal Bidang = $s\sqrt{2}$

$$\checkmark \text{ Panjang Diagonal Ruang} = s\sqrt{3}$$

$$\checkmark \text{ Luas Bidang Diagonal} = s^2\sqrt{2}$$

keterangan:

s = panjang sisi kubus

Contoh

Tentukan volume kubus yang luas alasnya 49 cm^2 !

Penyelesaian

Diketahui : luas alas = 49 cm^2

Ditanyakan : berapakah volume kubus?

Jawab

$$\text{Luas alas} = s \times s$$

$$\text{Luas alas} = s^2$$

$$49 = s^2$$

$$s = \sqrt{49}$$

$$s = 7 \text{ cm}$$

$$\text{volume} = s \times s \times s$$

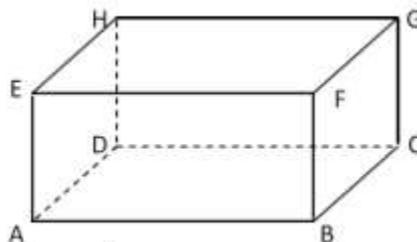
$$\text{volume} = 7 \times 7 \times 7$$

$$\text{volume} = 343 \text{ cm}^3$$

Jadi volume kubus tersebut 343 cm^3

(b) Balok

Ada banyak benda-benda di dalam rumah atau lingkungan sekolah yang memiliki bentuk bangun ruang balok. Contoh benda-benda di dalam rumah yang berbentuk bangun ruang balok ialah lemari, dus mie, batu bata dan kulkas. Balok adalah bangun ruang yang memiliki tiga pasang sisi segi empat (total 6 buah) dimana sisi-sisi yang berhadapan memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Berbeda dengan kubus yang semua sisinya berbentuk persegi yang sama besar, balok sisi yang sama besar hanya sisi yang berhadapan dan tidak semuanya berbentuk persegi, kebanyakan bentuknya persegi panjang.



Gambar 2.2 Balok

Bagian-bagian dari bangun ruang sisi datar ini sama seperti bagian-bagian kubus. Sebuah balok terdiri dari 6 buah sisi yang luasnya berbeda-beda, 8 buah sudut, 12 buah diagonal bidang, 4 buah diagonal ruang, dan yang terakhir adalah 6 buah bidang diagonal.

Rumus-rumus Balok

- ✓ Volume = panjang x lebar x tinggi
- ✓ Luas Permukaan = $2(pl + lt + pt)$
- ✓ Panjang Diagonal Bidang = $\sqrt{p^2 + l^2}$ atau $\sqrt{t^2 + l^2}$ atau $\sqrt{p^2 + l^2}$
- ✓ Panjang Diagonal Ruang = $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$
- ✓ Luas Bidang Diagonal = tergantung dari bidang diagonal yang mana

Keterangan:

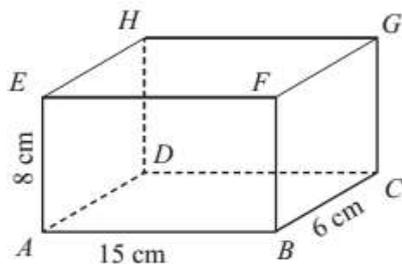
p = panjang

l = lebar

t = tinggi

Contoh

Hitunglah luas permukaan bangun berikut ini!



Penyelesaian

Diketahui : p = 15 cm, l = 6 cm dan t = 8 cm

Ditanyakan : luas permukaan balok?

Jawab

$$\text{luas permukaan} = 2(pl + pt + lt)$$

$$\text{luas permukaan} = 2((15)(6) + (15)(8) + (6)(8))$$

$$\text{luas permukaan} = 2(90 + 120 + 48)$$

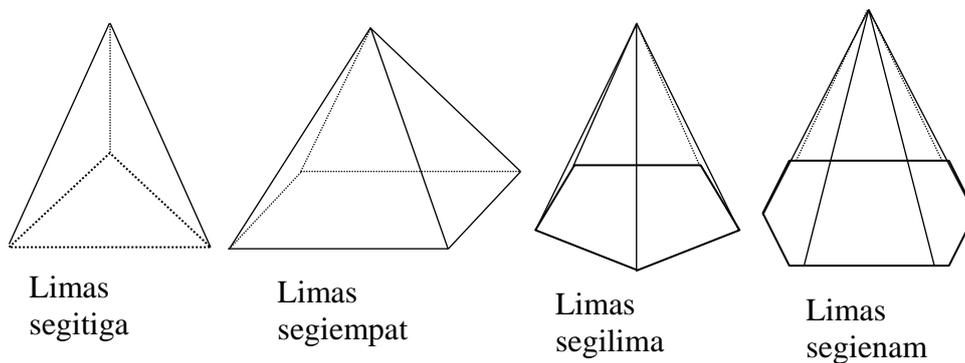
$$\text{luas permukaan} = 2(258)$$

luas permukaan = 516 cm^2

Jadi luas permukaan balok tersebut 516 cm^2

(c) Limas

Limas adalah bangun ruang tiga dimensi yang dibatasi oleh alas berbentuk segi-n (segitiga, segiempat, segilima, dan sebagainya) dan sisi-sisi tegak berbentuk segitiga yang berpotongan pada satu titik puncak. Ada banyak macam bangun ruang limas. Penamaannya berdasarkan bentuk alasnya.



Gambar 2.3 Limas

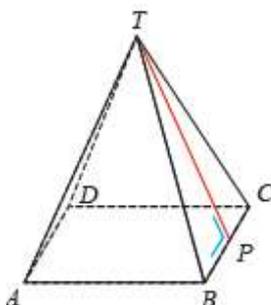
Sebuah limas terdiri dari sisi alas, sisi tegak, rusuk, titik puncak, dan tinggi. Jumlah sisi tegak akan sama dengan jumlah sisi alas. Jika alasnya segitiga maka jumlah sisi tegaknya adalah 3, jika alasnya berbentuk segilima maka jumlah sisi tegaknya adalah 5. Jumlah rusuknya mengikuti bentuk alas. Jika alasnya segitiga maka jumlah rusuknya 6, jika alasnya segiempat maka jumlah rusuknya 8, dan seterusnya. Sebuah limas memiliki puncak dan tinggi. Tinggi limas adalah jarak terpendek dari puncak limas ke sisi alas. Tinggi limas selalu tegak lurus dengan titik potongsumbu simetri bidang alas.

Rumus rumus Limas

✓ Volume Limas = $\frac{1}{3}(\text{luas alas} \times \text{tinggi})$

✓ Luas Permukaan = Jumlah luas alas + jumlah luas sisi t

Contoh



Perhatikan limas T.ABC alasnya berbentuk persegi. Keliling alas limas 72 cm, dan panjang TP=15cm. Tentukan volume limas tersebut!

Penyelesaian

Diketahui : keliling alas = 72 cm, tinggi limas = 15 cm

Ditanyakan : berapa volume limas tersebut?

Jawab

$$\text{keliling alas} = 4 \times s$$

$$72 = 4 \times s$$

$$s = 18 \text{ cm}$$

$$\text{luas alas} = 18 \times 18$$

$$\text{luas alas} = 324 \text{ cm}^2$$

$$\text{volume} = \frac{1}{3} (\text{luas alas} \times \text{tinggi})$$

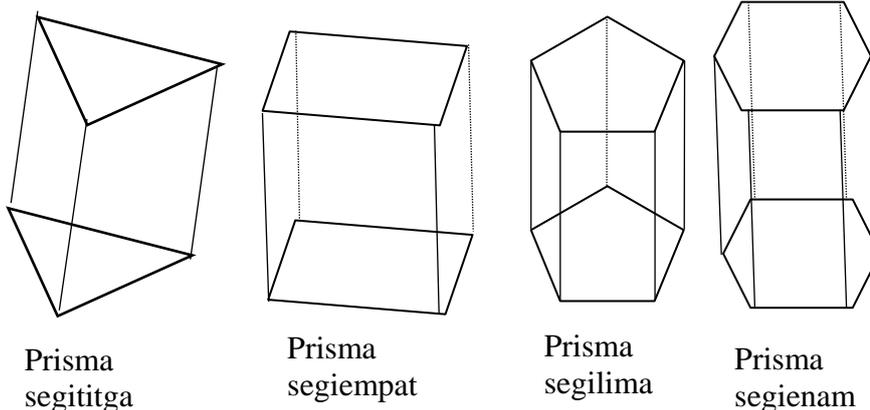
$$\text{volume} = \frac{1}{3} (324 \times 15)$$

$$\text{volume} = \frac{1}{3} (4860)$$

$$\text{volume} = 1620 \text{ cm}^3$$

Jadi, volume limas tersebut 1620 cm³

(d) Prisma



Prisma
segitiga

Prisma
segiempat

Prisma
segilima

Prisma
segienam

Gambar 2.4 Prisma

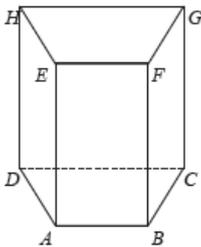
Gambar di atas menunjukkan beberapa contoh dari bangun ruang prisma. Bangun-bangun tersebut memiliki bidang alas dan bidang atas yang sejajar dan kongruen. Sisi lainnya berupa sisi tegak berbentuk jajargenjang atau persegi panjang yang tegak lurus

ataupun titik dengan bidang alas dan bidang atasnya. Jika dilihat lagi dari rusuk tegaknya, prisma dapat dibedakan menjadi dua, yaitu prisma tegak dan prisma miring. Prisma tegak adalah prisma yang rusuk-rusuknya tegak lurus dengan bidang alas dan bidang atas. Prisma miring adalah prisma yang rusuk-rusuk tegaknya tidak tegak lurus pada bidang atas dan bidang alas. Jika dilihat dari bentuk alasnya, prisma terbagi menjadi prisma segitiga, prisma segi empat, prisma segi lima, dan seterusnya. Jika alasnya berbentuk segi n maka prisma tersebut bisa diberi nama prisma segi n . Sebuah bangun ruang sisi datar yang bernama prisma terdiri dari alas dan sisi atas yang sama dengan kongruen, sisi tegak, titik sudut, dan tinggi. Tinggi prisma adalah jarak antara bidang alas dan bidang atas. Rumus Prisma

$$\checkmark \text{ Volume} = \text{Luas alas} \times \text{tinggi}$$

$$\checkmark \text{ Luas permukaan} = (2 \times \text{Luas Alas}) + (\text{Keliling alas} \times \text{tinggi})$$

Contoh



Gambar diatas adalah prisma dengan alas trapesium sama kaki. Panjang $AB = 6$ cm $BC = AD = 5$ cm, $CD = 14$ cm dan $AE = 15$ cm. Tentukan luas permukaan prisma!

Penyelesaian

Diketahui : Panjang $AB = 6$ cm $BC = AD = 5$ cm, $CD = 14$ cm dan $AE = 15$ cm.

Ditanyakan : Berapa luas permukaan prisma?

Jawab

$$\text{luas permukaan} = (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi})$$

$$\text{Tinggi alas} = \sqrt{BC^2 - \left(\frac{CD - AB}{2}\right)^2}$$

$$\text{Tinggi alas} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{14 - 6}{2}\right)^2}$$

$$\text{Tinggi alas} = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$\text{Tinggi alas} = \sqrt{25 - 16}$$

$$\text{tinggi alas} = \sqrt{9}$$

$$\text{tinggi alas} = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Luas alas} = \frac{(AB + CD) \times \text{tinggi alas}}{2}$$

$$\text{luas alas} = \frac{(14 + 6) \times 3}{2}$$

$$\text{luas alas} = \frac{60}{2}$$

$$\text{luas alas} = 30$$

$$\text{keliling alas} = AB + CD + AD + BC$$

$$\text{keliling alas} = 6 + 14 + 5 + 5$$

$$\text{keliling alas} = 30$$

$$\text{luas permukaan} = (2 \times \text{luas alas}) + (\text{keliling alas} \times \text{tinggi})$$

$$\text{luas permukaan} = (2 \times 30) + (30 \times 3)$$

$$\text{luas permukaan} = 60 + 90$$

$$\text{luas permukaan} = 150 \text{ cm}^2$$

Jadi luas permukaan prisma tersebut 150 cm^2

1.2 Hasil Penelitian yang Relevan

Menurut Tasekeb & Ratu (2017) dari Universitas Kristen Satya Wacana dengan judul “Analisis Kesalahan Siswa Kelas VIII dalam Menyelesaikan Soal tentang Luas Lingkaran berdasarkan kriteria Watson” hasil penelitian tersebut menyatakan bahwa hasil analisis data menunjukkan bahwa kesalahan pada subjek yang berkemampuan matematika tinggi pada umumnya terdapat kesalahan data tidak tepat (*inappropriate data*) dan kesalahan prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure*). Pada subjek yang berkemampuan sedang yaitu mengarah pada kesalahan prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure*) dan manipulasi tidak langsung (*undirected manipulation*). Sedangkan pada subjek yang berkemampuan matematika rendah lebih mengarah kepada kesalahan data (*inappropriate data*) dan manipulasi tidak langsung (*indirected manipulation*)

Pada hasil penelitian Margareta, Susanto dan Fatahillah (2015) dari Universitas Jember dengan judul “Kecerdasan Visual Spasial Siswa SMP berdasarkan Teori Hass

ditinjau dari Tingkat Kemampuan Geometri Kelas IX A SMPN 1 Jember”. Bahwa pada karakteristik pengimajinasian subjek sudah benar, namun masih terkendala dalam masalah waktu pengerjaannya. Pada karakteristik pengkonsepan ternyata masih ada langkah yang belum bisa diikuti oleh subjek yaitu pada saat menggambar suatu bangun yang sesuai dengan konsep pada soal. Pada karakteristik penyelesaian masalah pengerjaan subjek sudah mampu memiliki solusi yang divergen atau mempunyai lebih dari satu solusi dalam satu penyelesaian masalah namun dalam menggambarinya masih ada yang tidak sesuai dengan perintah pada soal. Pada karakteristik penemuan pola kebanyakan sudah benar namun masih belum baik dalam penjelesan pola tersebut.

Menurut hasil penelitian yang dilakukan oleh Febrian & Nurhikmah (2016) dari Universitas Maritim Raja Ali Haji dengan judul “Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Integral Tak Tentu” yaitu kesalahan hierarki keterampilan terjadi pada 2 soal dari 8 soal yaitu adanya error kalkulasi pada operasi pembagian serta kurang teliti dalam melakukan perhitungan. Kesalahan prosedur tidak tepat terjadi pada 2 soal dari 8 soal yaitu salah dalam menggunakan konsep trigonometri. Kesalahan manipulasi tidak langsung terjadi pada 2 soal dari 8 soal yaitu kesalahan penulisan dengan tidak memehartikan aturan yang berlaku. Kesalahan data tidak tepat terjadi pada 2 soal dari 8 soal yaitu kurangnya data yang dimasukan dari pengoperasian sebelumnya. Kesalahan data hilang hanya pada 1 soal dari 8 soal yaitu adanya data yang hilang pada saat menginput data, sehingga membuat subjek bingung untuk menyelesaikan semua prosesnya sampai akhir. Kesalahan kesimpulan hilang terjadi pada 1 soal dari 8 soal dengan penyebabnya karena subjek lupa dalam menuliskan hasil akhir dari proses yang telah dilakukan dan juga tidak tuntasnya proses penyelesaian soal. Kesalahan konflik level respon terjadi pada 1 soal dari 8 soal dengan penyebabnya karena kurang memahami maksud dari soal sehingga penyelesaian soal menjadi tidak maksimal.

Hasil penelitian yang dilakukan Riasuti, Adamura & Lusiana (2016) dengan judul “Analisis kecerdasan spasial ditinjau dari kemampuan kognitif siswa pada materi lingkaran siswa kelas VIII SMP tahun pelajaran 2014/2015” bahwa dalam pengimajinasian pada kognitif tinggi mampu menggunakan bantuan gambar dalam menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang secara tepat dan benar. Pada indikator pengkonsepan pada kognitif tinggi mampu menggunakan konsep-konsep dalam menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang secara tepat dan

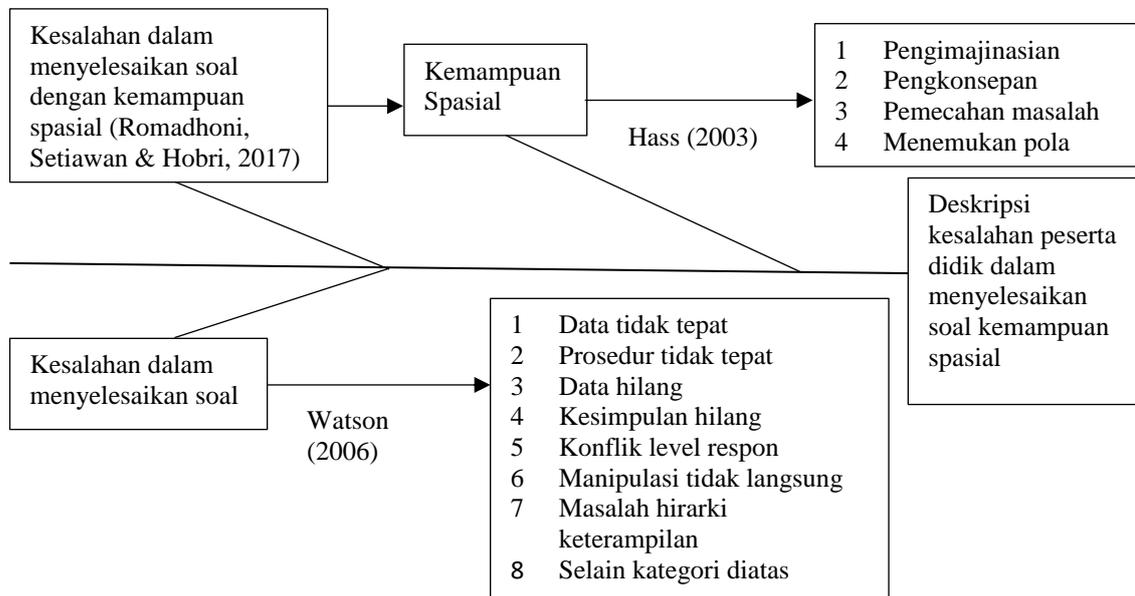
benar sedangkan pada kognitif sedang dan rendah mampu menggunakan konsep-konsep dalam menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang namun tidak semuanya benar dan tepat. Pada indikator pemecahan masalah pada kognitif tinggi mampu menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang secara tepat dan benar sedangkan pada kognitif sedang dan rendah mampu menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang namun tidak semuanya benar dan tepat. Pada indikator pencarian pola pada kognitif tinggi mampu menyelesaikan permasalahan bangun datar atau bangun ruang secara tepat dan benar.

1.3 Kerangka Teoretis

Kesalahan peserta didik dalam menyelesaikan soal dengan kemampuan spasial memiliki keterkaitan seperti yang dikemukakan oleh (Romadhoni, Setiawan & Hobri, 2017) yang menyatakan bahwa siswa yang memiliki kemampuan spasial tinggi dapat dikatakan melakukan kesalahan lebih sedikit dibanding siswa yang mempunyai kemampuan spasial rendah. Kemampuan spasial yang dimaksud seperti yang dikemukakan oleh Hass (2003) menyatakan bahwa karakteristik dari kemampuan spasial terdiri dari pengimajinasian (*imaging*), pengkonsepian (*conceptualizing*), pemecahan masalah (*problem solving*), dan penemuan pola (*patern seeking*). Kemampuan spasial ini sangat penting digunakan dalam kurikulum 2013 karena dalam menyelesaikan soal kemampuan spasial membutuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi seperti yang dikemukakan oleh Asis, Alimuddin & Arsyad (2015) bahwa kemampuan spasial juga membutuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi dalam menyelesaikan soal pada materi geometri yang berhubungan dengan membayangkan suatu bentuk, selain itu kemampuan berpikir tingkat tinggi juga jadi tuntutan dalam kurikulum 2013.

Selain itu, kesalahan juga sering terjadi dalam menyelesaikan soal khususnya pada materi geometri. Salah satu jenis kesalahan yang dapat digunakan menurut Watson (2006) yaitu data tidak tepat (*inappropriate data*), prosedur tidak tepat (*inappropriate procedure*), data hilang (*omitted data*), kesimpulan hilang (*omitted conclusion*), konflik level respon (*response level conflict*), manipulasi tidak langsung (*undirected manipulation*), masalah hirarki keterampilan (*skill hierarchy problem*) dan selain ketujuh kategori diatas (*above other*). Berarti juga dalam soal kemampuan spasial akan terjadi

kesalahan, karena soal kemampuan spasial ini juga membutuhkan kemampuan berpikir tingkat tinggi.



Gambar 2.5 Kerangka Teori

1.4 Fokus Penelitian

Fokus penelitian ini bertujuan untuk menghindari meluasnya permasalahan penelitian sehingga penulis menentukan fokus pada penelitian ini yaitu mendeskripsikan kemampuan spasial dan kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik berdasarkan kesalahan menurut Watson pada soal kemampuan spasial khususnya pada peserta didik kelas VIII dengan syarat telah mempelajari materi bangun ruang sisi datar, namun antara kemampuan spasial dan kesalahannya tidak untuk dibandingkan. Tipe soal yang digunakan dalam penelitian ini yaitu soal yang berbentuk uraian dan beracuan pada rindikator soal kemampuan spasial. Materi yang akan digunakan dalam pembuatan soal yaitu tentang luas permukaan dan volume pada bangun ruang sisi datar.